

# 3 関数とグラフ

## 実入試ではこんな出題!!

### 過程や理由を説明する

右の図で、点Oは原点であり、点Aの座標は(3, 0)である。

放物線①は関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフであり、直線②は関数

$y = -\frac{1}{2}x - 3$  のグラフである。点Bは、放物線①上の点で、線

分ABはy軸に平行である。

これについて、次の(1)~(3)の問いに答えよ。

(香川)

(1) 次のア~オの関数のうち、そのグラフが、線分ABと交わるものはどれか。2つ選んで、その記号を書け。

ア  $y = -\frac{1}{2}x^2$     イ  $y = \frac{1}{4}x^2$     ウ  $y = x^2$

エ  $y = -\frac{1}{x}$     オ  $y = \frac{3}{x}$

(2) 関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  で、 $x$ の変域が  $-3 \leq x \leq n$  のとき、 $y$ の変域が  $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$  となる整数  $n$  の値をすべて求めよ。

(3) 放物線①上に点Pをとり、その  $x$ 座標を  $a$  とする。また、点Pを通り、 $y$ 軸に平行な直線をひき、直線②との交点をQとする。点P、点Qの  $y$ 座標がともに整数で、線分PQ上に、 $y$ 座標が整数である点が点P、点Qを含めて全部で10個あるとき、 $a$ の値を求めよ。 $a$ の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

## 模範解答

(1) イとオ    (2) 整数  $n$  の値は、0, 1, 2, 3

(3) 点P、点Qの  $y$ 座標はそれぞれ  $\frac{1}{2}a^2$ ,  $-\frac{1}{2}a - 3$  となる。線分PQ上の  $y$ 座標が整数である点の個数

が点P、点Qを含めて全部で10個あるから、 $\frac{1}{2}a^2 - \left(-\frac{1}{2}a - 3\right) + 1 = 10$  となる。

これより、 $a^2 + a - 12 = 0$ ,  $(a+4)(a-3) = 0$      $a = -4, 3$

点P、点Qの  $y$ 座標はともに整数だから、 $a = 3$  は問題にあわない。

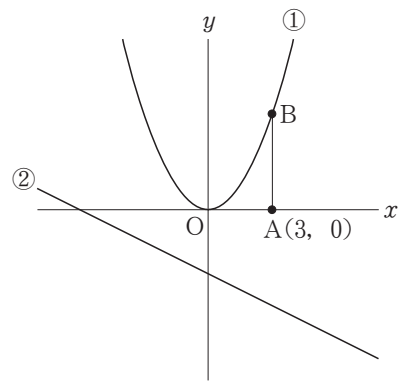
よって、 $a$ の値は-4

### ※解き方※

問題文の条件にあわせて、 $a$ を用いた方程式をつくり、順に解いていく。

(1) 点Bの値が、 $B\left(3, \frac{9}{2}\right)$  であるから、 $x=3$ のとき、対応する  $y$ の値が  $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$  となるものを選ぶ。

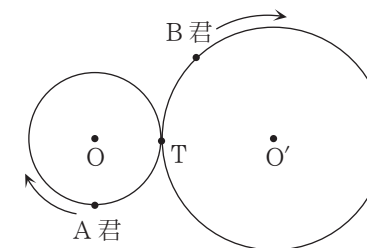
(2)  $y$ の変域が0を含むことから、 $n \geq 0$  また、 $y \leq \frac{9}{2}$  だから  $n \leq 3$  となる。



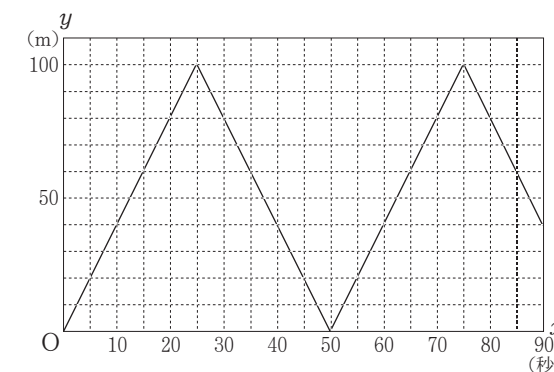
## 練習問題

### グラフをかく

① 右の図のようにT地点で接している円周120mの円Oと、円周200mの円O'がある。A君とB君が同時にT地点を出発し、A君は円Oの周上を、B君は円O'の周上を矢印の方向に毎秒4mの速さで走る。2人は一定の速さで、再びT地点で出会うまで走るものとする。次の問いに答えなさい。



(1) A君、B君それぞれについて、T地点を出発してから  $x$ 秒後の位置とT地点を結ぶ弧のうちで大きくない方の弧の長さを  $y$ m とする。右の図は、B君の  $x$ と  $y$ の関係を表したグラフの一部である。A君のグラフをかけ。



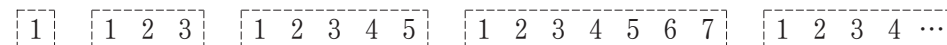
(2) A君の位置とB君の位置が最も離れるのは出発してから何秒後か。

### ヒント!

最も離れるのはA君、B君の両方の  $y$ が、同時に最大となるときだね。

### 規則性をさがす

② 下の図のように、自然数を並べ、   で囲ってあるものを1つのグループとみなすことにする。つまり1番目のグループは 1, 2番目のグループは 1 2 3 のようにグループ分けする。



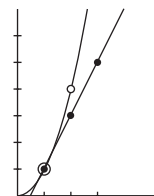
その後も、同じ規則で自然数を並べていき、 $x$ 番目のグループに属する自然数について調べたところ、 $x$ の数が増えるにつれて、「ともなって変わる量」として次のものがみつかった。

- ア  $x$ 番目の数のグループにある自然数の個数
- イ  $x$ 番目の数のグループの最後の自然数
- ウ  $x$ 番目の数のグループの奇数だけの和

上のア~ウの中からどれか1つ選んで記号を書き、そのときの「ともなって変わる量」を  $y$  とし、 $y$ を  $x$ の式で表しなさい。

### ヒント!

規則がみつからないときは、グラフにするとみつけることもあるよ。



記号 \_\_\_\_\_

$y =$  \_\_\_\_\_